Manuel de référence

Nicolas LAURENT

Avant toute chose, précisons un détail important : le nom « haplo » est emprunté au héros des romans de Margaret WEIS et Tracy HICKMAN. J'espère que ces dames ne m'en tiendront pas rigueur.

Je précise que le projet Haplo est un projet strictement personnel développé sur mon temps libre et qu'il n'a aucun rapport avec mes activités professionnelles actuelles ou passées.

Nicolas LAURENT
18, Résidence La Chapelle
78990 Elancourt
<nl@gnu.org>

Ce document a été entièrement composé sous LaTeX 2ε sur une plateforme Debian GNU/Linux.

Table des matières

Chapitre 1

Optimisation de la numérotation

Etant donné une matrice symétrique définie positive A, on considère sa factorisation $A = LDL^t$ et la résolution de systèmes linéaires $LDL^t x = b$. On peut aussi bien effectuer la factorisation et la résolution pour la matrice PAP^t qui résulte d'une renumérotation des équations et des inconnues définissant la matrice de permutation P. En général, cette opération de renumération a pour but d'optimiser l'espace mémoire et le temps de calcul nécessaires à la factorisation et à la résolution.

1.1 Algorithmes de Cuthill Mac Kee

On cherche à éviter un profil avec de grandes valeurs de demi largeurs de bande $l_i = i - j_i$. On numérote les sommers du graphe les uns après les autres. Or, dès qy'un sommet est numéroté, avec le numéro l, il impose une valeur $j_k = l$ à chacun de ses voisins non encore numérotés, qui recevra ultérieurement le numéro $k > l$. La demi largeur de bande l_k sera égale à $k - l$. Pour la diminuer, on a donc intérêt à affecter le numéro le plus petit possible aux voisins d'un sommet qui vient d'être numéroté.

Cette remarque conduit au principe de l'algorithme de Cuthille Mac Kee, qui est le suivant :

Ayant choisi le sommet n°1, on numérote ses voisins, puis les voisins non encore numérotés du sommet n° 2, puis les sommets non encore numérotés du sommet n°3, et ainsi de suite. Lorsqu'à une étape il y a plusieurs sommets à numéroter, on numérote en premier les sommets qui ont le moins de voisins non encore numérotés.

La numérotation inverse d'une numérotation donnée pour une matrice d'ordre N est celle qui associe le numéro $1 + N - i$ au nœud qui était numéroté i. On montre que pour une matrice dont les éléments onté été numérotés selon l'algorithme de Cuthill Mac Kee, le profil de la numérotation inverse contient moins (ou au plus autant) d'élément. On parle de l'algorithme de Cuthill Mac Kee inverse. La figure 1.1 montre l'impact d'une telle ne-numérotation.

1.2 Choix d'un premier sommet

1. Choisir un sommet r quelconque comme raçine. Dans l'implementation, on choisit le sommet n°1.
2. Construire la stucture en niveau à partir de r. Soit $e(r)$ l'excentricité de r et $N_{e(r)}$ le dernier niveau
3. Choisir un sommet $i \in N_{e(r)}$, non encore choisi (en principe, on en choisit un ayant le moins de voisins possible) et calculer $e(i)$.
   - si $e(i) > e(r)$ alors remplacer r par i et retourner en 2
   - si $e(i) \leq e(r)$ alors retourner en 3 pour essayer un autre sommet de $N_{e(r)}$
   - si on a épuisé tous les sommets de $N_{e(r)}$ alors prendre r comme premier sommet.

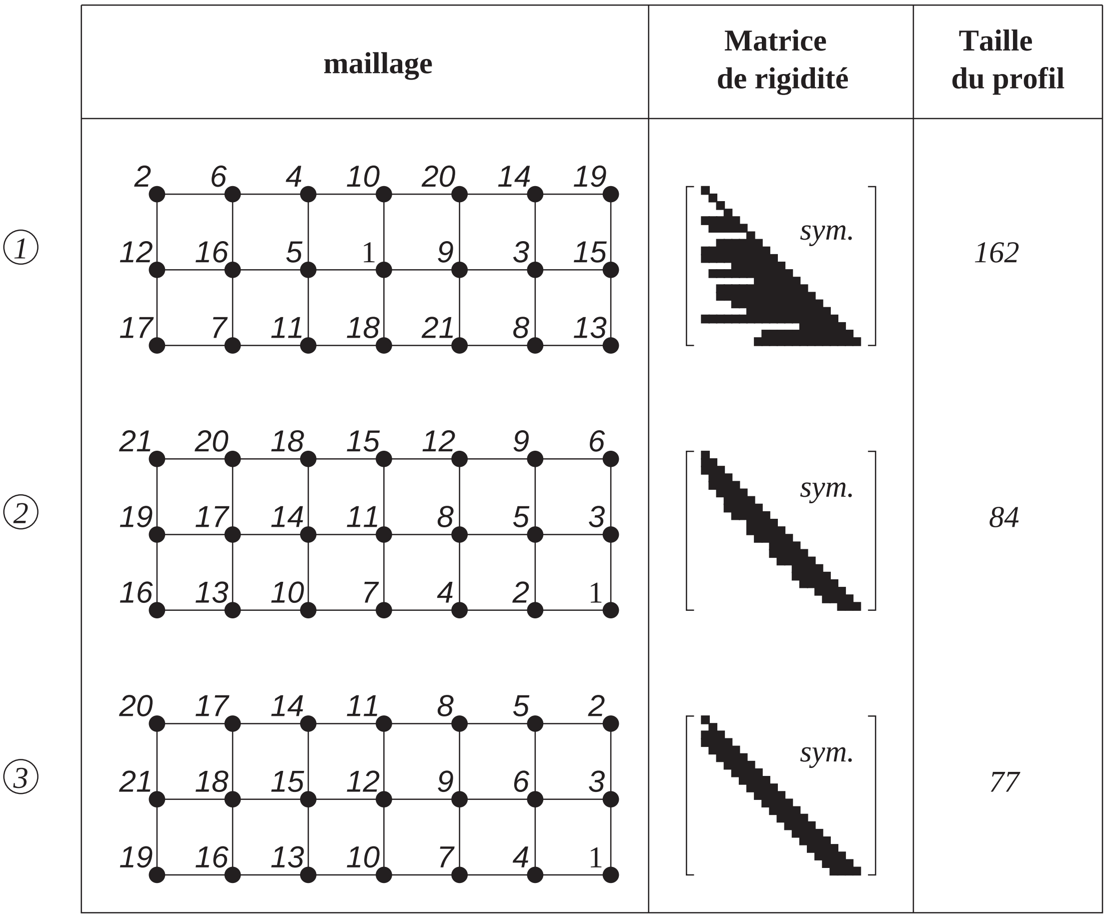

FIG. 1.1 – *Mise en œuvre de la renumérotation inverse de Cuthill Mac Kee*